UMA BREVE ABORDAGEM SOBRE A HISTÓRIA DA GEOMETRIA NÃO-EUCLIDIANA E SUA IMPORTÂNCIA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Autor[1]: Teófila Mendes da Silva Neta

Autor[2]: Letícia Raquel Frutuoso Silva

Autor[3]: Everton Henrique Cardoso de Lima

RESUMO
Neste trabalho, tentamos trazer com uma linguagem simples uma breve abordagem juntamente com o histórico do quinto postulado de Euclides e a nova geometria que surgiu, a Geometria Não-Euclidiana e com ela vieram a geometria hiperbólica, elíptica e a do motorista de taxi e como foi o seu surgimento, bem como os contribuintes para o desenvolvimento dessa nova geometria. Também foi exposto a importância do ensino da geometria não-euclidiana na educação básica, pois é interessante mostrar para os alunos que a geometria mais vista não é a única geometria que existe. E com todas essas informações o professor possa utilizar este trabalho como base para a utilização na educação básica, devido a sua frágil graduação.

Palavras-chave: Geometria. Euclides. Não-Euclidiana. Educação.

1 INTRODUÇÃO

Quando trata-se de Geometria, para muitas pessoas, inclusive professores, logo se vem à cabeça a ideia apenas da Geometria Euclidiana, aquela que é vista durante todo o Ensino Básico eem alguns casos, a única vista no Ensino Superior. A existência de Geometrias não Euclidianas é uma novidade para muitas pessoas, inclusive para alguns professores, que durante toda sua formação acadêmica não tiveram acesso a esse tipo de Geometria. Como consequência disso, o ensino das Geometrias Não-Euclidianas na Educação básica é atualmente uma realidade ainda distante de ser vivenciada.

1 Universidade Federal de Pernambuco-CAA, teofilamendes@hotmail.com.
2 Universidade Federal de Pernambuco-CAA , silva.raquel2@hotmail.com
3 Universidade Federal de Pernambuco-CAA, everton.ufpe@hotmail.com

Conforme verificou (Kaleff, 2004) em pesquisa realizada com 53 Professores de Matemática dos ensinos fundamental e médio, cerca de 7 % destes não sabiam o que é o plano euclidiano, quase 18 % desconheciam quais são os axiomas básicos da Geometria Euclidiana e aproximadamente 20 % não sabem o que vem a ser o quinto postulado de Euclides. Além disso, quase 34 % não sabiam o que são Geometrias não Euclidianas e quase 54 % não estudaram estas Geometrias nos seus cursos de formação, o que nos mostra que o conhecimento geral dos professores da Educação Básica sobre as Geometrias ainda está longe do que se espera do professor deste nível de ensino.

Tendo em vista o acima exposto, nos propomos neste trabalho a abordar de forma breve o que são Geometrias não Euclidianas, especificando algumas em particular, com o intuito de proporcionar um maior conhecimento do tema e consequentemente possibilitar uma possível aplicação desses conceitos em sala de aula, por parte dos professores, já que o que foi identificado é a dificuldade por parte deles em aplicar tais conceitos nas salas de aula do ensino básico.

2 O QUINTO POSTULADO DE EUCLIDES E AS GEOMETRIAS NÃO EUCLIDIANAS

Euclides foi um dos propulsores para que a Geometria Grega alcançasse o patamar que alcançou.Não se sabe muito sobre a sua vida, mas sabe-se que o ápice da sua obra foi o seu icônico livro “Os Elementos”, o qual em seu primeiro livro apresenta, dentre outras coisas, cinco postulados a partir dos quais desenvolve-se toda a sua geometria.

Figura 1: Euclides.

Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Euclides

Dentre estes, há um que gerou inquietação entre os matemáticos da época e posteriores, por ele ser mais longo e de difícil compreensão quando comparado com os quatro primeiros e fez com que muitos acreditarem que o mesmo seria, na realidade, um Teorema.O quinto postulado diz: "*Se uma reta, interceptando duas outras, forma ângulos internos de um mesmo lado cuja soma é menor que dois retos, então estas duas retas, se prolongadas indefinidamente, se encontram naquele lado cuja soma dos ângulos internos é menor que dois retos*." Braz (2009,p.12)

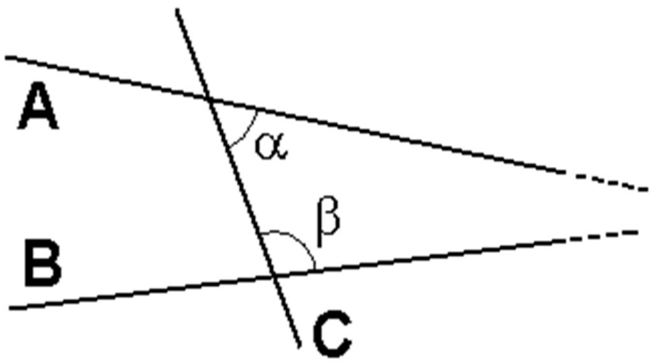

Figura 2: Ilustração do Postulado de Euclides

Fonte: http://www.seara.ufc.br/donafifi/hiperbolica/hiperbolica1.htm

Durante anos, vários matemáticos tentaram provar este postulado, porém seus esforços só os levaram a resultados infrutíferos ou a formas semelhantes de redigir tal postulado, a este respeito Próclo (410 - 485) fez o seguinte comentário:

> *"Este postulado deve ser riscado da lista, pois é uma proposição com muitas dificuldades que Ptolomeu, em certo livro, se propôs resolver... A asserção de que duas linhas rectas, por convergirem mais e mais à medida que forem sendo prolongadas, acabam por se encontrar, é plausível mas não necessária. (...) É claro, portanto, que devemos procurar uma demonstração do presente teorema, e que este é estranho ao carácter especial dos postulados."*

Dentre os matemáticos que se debruçaram neste problema podemos citar Proclus (410-485)que apontou equívocos na demonstração de Ptolomeu, Nasi Tusin (1201-1274), que fez a versão em árabe de "Os Elementos", John Wallis(1616-1703), Girolamo Saccheri(1667-1733) este que foi um dos mais importantes contribuintes para os trabalhos das novas geometrias, Saccheri também teve uma quadrilátero batizado com seu nome, a saber, o "Quadrilátero de Saccheri" anteriormente pensado por Nasi. Johann Heinrich(1728-1777) deu continuidade aos trabalhos de Saccheri.

E foram a partir das tentativas frustradas da demonstração do 5º postulado que surgiram e foram sendo construídas as denominadas "Geometrias não Euclidianas", nome este que foi designado por Gauss(1777-1855),que também veio a acrescentar nesse surgimento da nova geometria, tendo suas descobertas tornadas públicas graças as suas anotações e correspondências que ele trocou com alguns matemáticos, dentre estes Wolfgang Boylai (1775-1856)e seu filho Johann Boylai(1802-1860).

Com tantos nomes de matemáticos envolvidos na tentativa de provarem o 5º postulado, temos que os principais contribuintes desta nova geometria, são Lobachewsky(1793-1856), Gauss e Johann Boylai, que desenvolveram as ideias simultaneamente.

2.1 GEOMETRIA HIPERBÓLICA

Essa Geometria utiliza o postulado de *Lobachewsky que diz* que por um ponto fora de uma reta dada, passam mais de uma reta paralela à reta dada e que em um ponto P não pertencente a reta r, passam infinitas retas que não se interceptam em$r$.

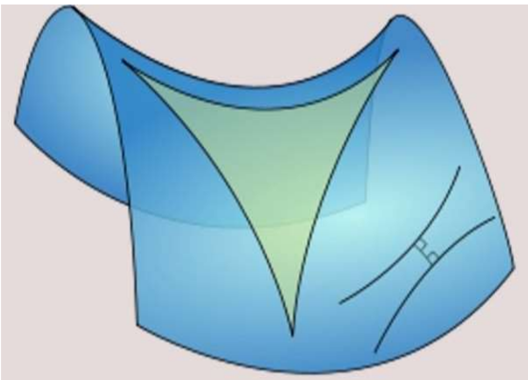

Figura 3: Triângulo na sela, curvatura negativa

Fonte: http://www.wikiwand.com/es/Geometr%C3%ADa_hiperb%C3%B3lica

Diante disso, quatro modelos foram criados para a Geometria Hiperbólica: um devido a Beltrami(1835-1900), a pseudo-esfera, que é um sólido no $\mathbb{R}^3$onde sua curvatura é negativa; outro devido a Klein(1849-1925); e dois devidos a Poincaré (1854-1912). Os modelos de Klein e Poincaré são representação no plano da Geometria Hiperbólica.

2.2GEOMETRIA ELÍPTICA

Criada por Riemann depois da Geometria Hiperbólica, *"A Geometria Esférica é uma Geometria não Euclidiana de espaços com curvatura constante positiva ."*Azevedo (2013, p. 54)

Nesta geometria temos geodésicas ao invés de linhas retas, que são arcos dos grandes círculos que podem ser traçados na esfera.

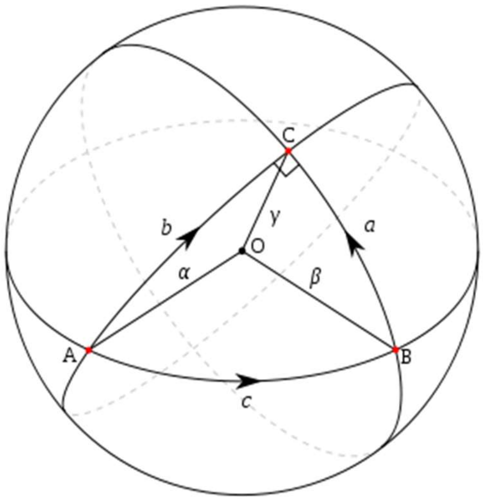

Figura 4: Geodésicas na esfera

Fonte: http://www.wikiwand.com/es/Geod%C3%A9sica

Além da soma dos ângulos internos de um triângulo que é maior que 180º. Riemann deixou claro que esta geometria é oposta da Geometria Hiperbólica, pois ao contrário da hiperbólica a elíptica tem deficiência nas paralelas, ou seja, em um ponto qualquer fora de uma reta r, não passa nenhum reta paralela a r. Os principais resultados chegados através desta geometria foram:

- Uma "reta" nessa Geometria é ilimitada, mas não é infinita;
- Por um ponto P qualquer, fora de uma reta r, não passa nenhuma paralela à r;
- A soma dos ângulos internos de um triângulo não é constante e, é sempre maior do que 180º;
- Os lados de um triângulo são ângulos com vértices no centro da esfera e são medidos em graus;
- Asomados ângulosinternosdeum quadrilátero não é constante,no entanto, é sempre maior do que 360º.

Diante de todos esses resultados encontrados, muitas são as contribuições que foram deixadas para nós, dentre elas estão a utilização no meio marítimo e aviação.

2.3GEOMETRIA DO MOTORISTA DE TAXI

Esta Geometria, diferente das outras não euclidianas, não surgiu através do mesmo histórico e sim através da ideia de um motorista de táxi em que pega um passageiro em um determinado lugar e o deixa em outro, levando em consideração que em sua grande maioria as ruas são perpendiculares e como durante o percurso haverá construções logo ele percorrerá direções perpendiculares.

Na Geometria do Motorista de Táxi (GMT), a distância é tomada pela diferença do valor absoluto das abscissas com a diferença do valor absoluto das ordenadas e dada por d=| a- a |+| b - b| logo, percebe-se que na GMT é admitido vários percursos comparada a Geometria Euclidiana.

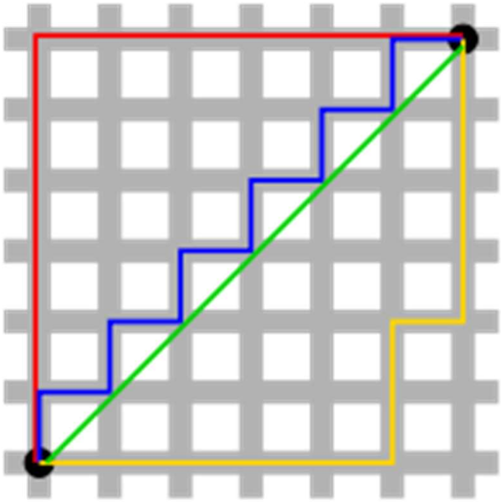

Figura 5: Distância na GMT

Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Geometria_do_t%C3%A1xi

"Pode-se tentar encontrar todas representações existentes na geometria euclidiana, verificando - se uma a uma, para a noção de taxidistância." Devito, Freitas e Pereira (2006, p.23).

2.4GEOMETRIA NÃO EUCLIDIANA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Antes de tudo, para a inserção da Geometria Não-Euclidiana na Educação Básica acontecer seria importantíssima à preparação e capacitação dos professores para que eles possam intermediar essa troca de conhecimentos.

> *Grande parte dos professores que hoje estão em atividade teve formação básica muito precária em geometria. Além disso, os cursos de formação inicial de professores, tanto os cursos de magistério como os de licenciatura, continuam não dando conta de discutir suficientemente com seus alunos, futuros professores, propostas mais eficientes para o ensino de geometria, e, também as modalidades de formação continuada, postas em ação nos últimos anos, basicamente na forma de cursos de reciclagem, não têm atingido (ainda) o objetivo de mudar a prática na sala de aula em relação ao ensino de Geometria. (Almouloud, 2004).*

Quanto a questão didática, podemos pensar no uso da metodologia da história da matemática, apresentando aos alunos todo o procedimento histórico até a conclusão da Geometria Não Euclidiana de forma dinâmica, assim, estaríamos utilizando a história da matemática interligada com a resolução de problemas envolvendo os conceitos da geometria, no qual irá despertar no aluno um novo olhar sobre a realidade em que vive, entendendo a geometria como forma de interagir com mundo e sua composição no universo.

3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve o intuito de contribuir para o enriquecimento da bagagem de professores sobre o estudo da geometria não-euclidiana, abordando o seu surgimento bem como uma breve apresentação de como calcular distancias e quebrando construções arbitrárias construídas ao longo de muito tempo e mostrar a importância da geometria não-euclidiana aos alunos na educação básica.

Não trabalhar a Geometria Não-Euclidiana no ensino fundamental é como privar o aluno de conhecer uma parte extraordinária da geometria e suas aplicações em outras ciências, levando-o a acreditar na existência apenas da geometria Euclidiana. Trabalhá-la seria ideal para contribuir com um conhecimento amplo e na construção do raciocínio lógico-dedutivo do aluno, mas como já abordado neste trabalho, para que isso venha a acontecer os professores devem estar capacitados e inteirados do assunto.

4 REFERÊNCIAS

AZEVEDO, Rodrigo dos Anjos. Modelo de inserção das Geometrias Não-Euclidianas na Educação Básica. **UFJF,** Juiz de Fora, 2013.

BRAZ, Fernanda Martins. História da Geometria Hiperbólica. **UFMG,** Belo Horizonte, 2009.

BONGIOVANNI, Vincenzo; JAHN, Ana Paula. De Euclides às geometrias não euclidianas. **UNIÓN: Revista Iberoamaricana de Educación Matemática,** [s.l.], p.37-51, jun. 2010.

CARVALHO, Maria Aparecida da Silva de; CARVALHO, Ana Márcia Fernandes Tucci de. O ensino de geometria não euclidiana na educação básica. **XIII CIAEM-IACME,** Recife, jun. 2011.

DEVITO, André; FREITAS, AraoneKoaerece de; PEREIRA, KêniaKristina. Geometria Não-Euclidianas. **Unicamp,** Campinas, p.23-24, 2006.