



ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA: UMA PROPOSTA PARA O ESTUDO DE TRIÂNGULOS A PARTIR DA TEORIA DE VAN HIELE

Micaela Maria dos SANTOS¹

Julianne Luzinete de MELO²

Ranyelle de Jesus SILVA³

Débora Karyna dos Santos Araújo Bernardino da SILVA⁴

RESUMO

Este artigo é uma proposta de uma pesquisa produzida na disciplina de A Matemática na Educação Básica, do curso de Matemática Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco - Centro Acadêmico do Agreste (UFPE-CAA) no semestre 2016.2, onde fomos instigados a propor e aplicar uma aula sobre triângulos para uma turma de anos finais do ensino fundamental (6º ao 9º ano) utilizando a Teoria de Van Hiele. A proposta encontra-se em andamento e no artigo apresentamos os níveis de aprendizagem da geometria pensada para aplicação da pesquisa. Esperamos que a proposta que leva em consideração a construção do conceito através de níveis que partem da visualização até chegar ao nível de demonstração facilite o aluno a construir o conceito de triângulos e reconhecimento de suas propriedades.

Palavra-chave: Geometria. Teoria de Van Hiele. Triângulos. Aprendizagem.

INTRODUÇÃO:

Desde as séries iniciais a matemática é encarada como o “monstro” das disciplinas escolares, seja por sua difícil compreensão, ou seja por algumas dificuldades que vêm sendo difundidas de década para década, na forma como está sendo abordada,

¹ Universidade Federal de Pernambuco – CAA E-mail: micadls160@hotmail.com

² Universidade Federal de Pernambuco – CAA E-mail: jlm.jumelo@hotmail.com

³ Universidade Federal de Pernambuco – CAA E-mail: ranyjesus@hotmail.com

⁴ Universidade Federal de Pernambuco – CAA E-mail: debora.kj@hotmail.com





em compreender os conceitos dados ou até mesmo como relacioná-los. Um fator importante é como os conteúdos são ministrados, sendo observados ainda hoje, os métodos tradicionais de ensino. Como frisa Vasconcelos (2000),

Não se pode apresentar a Matemática como uma disciplina fechada, monolítica e abstrata ou fora da realidade. Com o passar dos anos, esteve ligada a diferentes áreas do conhecimento, respondendo a muitas questões e a necessidades do homem, ajudando-o a intervir no mundo que o rodeava. (VASCONCELOS, 2000, p.2)

Muitas vezes existem dificuldades tanto para o professor quanto para o aluno, em relacionar conceitos matemáticos em situações do nosso dia a dia de tal forma que eles estejam contextualizados. Sabemos que fazer essas relações é de suma importância para que o processo de desenvolvimento da aprendizagem seja mais eficaz, principalmente para a geometria.

Para alguns historiadores da matemática antiga, a geometria demonstrativa iniciou-se com um grande matemático, Tales de Mileto (624 a.C.–558 a.C.). Supõe-se que viveu algum tempo no Egito onde provavelmente aprendeu geometria. (LUCHETTA, 2000).

Foi também um grande influenciador para Pitágoras (580 a.C.-500 a.C.), que enquanto visitava o Egito, impressionado com as pirâmides, desenvolveu o famoso Teorema de Pitágoras. De acordo com este teorema é possível calcular o lado de um triângulo retângulo, conhecendo os outros dois. Desta forma, ele conseguiu provar que a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa.

Além dos dois matemáticos citados anteriormente, podemos destacar também o grande Euclides de Alexandria (325 a.C. – 270 a.C.) conhecido como o pai da geometria, onde reuniu toda a Geometria que conhecia na sua obra Elementos da Geometria e todo conhecimento geométrico, ordenando e estruturando-o como ciência.

A Geometria é um campo da matemática que permite construir diversas situações problemas de forma contextualizada, envolvendo os objetos do cotidiano do aluno possibilitando a sua aplicabilidade, ou seja guiando o aluno a ter o contato direto com a matemática.





1 A IMPORTÂNCIA DA GEOMETRIA

Geometria é o ramo da Matemática que estuda as formas geométricas, e é a mais antiga amostra conhecida da Matemática (MARTINS, 2008, p. 23). Era utilizada pelos egípcios e os gregos para medição de áreas. Nos dias de hoje além de ser aplicada no cálculo diversas áreas, tamanhos e volumes. Também é utilizada por engenheiro, arquitetos em desenhos geométricos de muitas plantas de casas, edifícios, entre outras construções.

É preciso considerar o estudo da geometria como de suma importância, pois ela nos ajuda a compreender melhor o mundo a nossa volta. Para que o aprendizado aconteça de forma significativa é necessário que o profissional da docência utilize métodos que contribuam com o ensino da geometria criando ideias que estimulem a curiosidade e o interesse do aluno, de forma a possibilitar o desenvolvimento de suas habilidades geométricas.

D' Ambrósio enfatiza bem quando cita:

A missão do professor não é usar sua condição de professor ou ensinar uma disciplina para fazer proselitismo, isto é, converter os alunos para a sua disciplina, mas sim usar sua disciplina como instrumento para atingir os objetivos maiores da Educação. Em outros termos, subordinar sua disciplina, isto é, o currículo, particularmente, os conteúdos, a objetivos maiores. (D' AMBRÓSIO, 1995, p.2)

No Parâmetro Curricular de Matemática, a geometria é abordada claramente, em todos os níveis dos anos iniciais e finais do fundamental e do ensino médio como conteúdo importante e essencial, para os alunos, em sala de aula e em seu dia a dia deve ser trabalhada de forma significativa, com exemplos e situações cotidianas. Sendo assim as situações cotidianas, definindo objetos reais, os alunos poderão tocar as formas estudadas e, melhor, construí-las.

É importante ressaltar que o estudante começa a mudar seu ponto de vista sobre os objetos geométricos. Se, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, a ênfase aparece no aspecto global das figuras, nos anos finais, as atividades propostas pelo professor devem levar o estudante à percepção de que as figuras geométricas são caracterizadas por suas propriedades. Dessa forma, na etapa posterior, o Ensino Médio, o estudante deverá ter condições para aprofundar





essas propriedades e desenvolver o pensamento dedutivo. (BRASIL, 2012 p. 93)

Assim como todos os conteúdos com a geometria não é diferente, deve ser seguida por etapas, começa da visualização, imaginar e criar imagem geométrica, para que depois possa seguir para as classificações e propriedades, através de exemplos propostos pelo professor de tal forma que leve o aluno a criar seu próprio pensamento dedutivo.

1.1 Por Que Ensinar Geometria?

Por alguns professores a geometria ainda é considerada sem importância e desnecessária, onde é ensinada através de demonstrações e teoremas, deixando a interpretação das propriedades das figuras geométricas de lado, sem dar espaço aos alunos para pensar e usar o seu raciocínio lógico. E por outros é entendida como uma disciplina que desenvolve o raciocínio do aluno.

A geometria tem tido pouco destaque nas aulas de matemática e, muitas vezes, confunde-se seu ensino com o das medidas. Em que pese seu abandono, ela desempenha um papel fundamental no currículo, na medida em que possibilita ao aluno desenvolver para compreender, descrever e representar para compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. (BRASIL. 1998, p. 122)

É fato que ensinar a geometria necessita de uma formação continuada que vá além do discurso teórico, ou seja, que considere a experiência por parte do professor e de situações reais que permitam ao docente desenvolver estratégias e meios para criar a partir do que foi trabalhado e discutido. De tal forma que o professor proporcione a integração de formas visuais mais simples do nosso cotidiano, com conceitos e propriedades acessíveis aos alunos. Portanto, o estudo da geometria por meio de atividades ricas pode possibilitar o desenvolvimento do pensamento geométrico, dentre inúmeros tipos de pensamentos matemáticos.

2 O MODELO DA TEORIA DE VAN HIELE





Ao pesquisarmos sobre o Modelo de Van Hiele destacamos uma citação da Revista eletrônica Paulista de Matemática, que fala do modelo da teoria da seguinte maneira:

O Modelo Van Hiele que foi desenvolvido na Holanda por Dina Van Hiele Geldof e seu marido Pierre Marie Van Hiele, tomando como referência as dificuldades apresentadas por seus alunos do curso secundário relacionadas aos conceitos geométricos. Este modelo permite identificar o comportamento dos alunos na aprendizagem relacionando com um nível de maturidade geométrica. Esta teoria foi desenvolvida nos anos 50 do século XX e propõe uma progressão na aprendizagem de Geometria através de cinco níveis. Dessa forma, o professor tem um papel fundamental ao definir as tarefas adequadas para os alunos progredirem para níveis superiores de pensamento e o modelo geométrico pode ser usado para orientar na formação e também para avaliar as habilidades do aluno. A ideia principal do modelo Van Hiele é que os alunos progredam de acordo com uma sequência de níveis de compreensão de conceitos, enquanto estão aprendendo geometria. (C.Q.D. – REVISTA ELETRÔNICA PAULISTA DE MATEMÁTICA, 2016, P. 74-84)

De acordo com o modelo de Van Hiele (1986), os alunos aprendem geometria através de vivência de atividades adequadas e segundo uma sequência de níveis de pensamento geométrico.

Destacaremos os Níveis de Aprendizagem da Geometria considerados segundo Van Hiele definidos no artigo, O modelo de Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico de RODRIGUES. Sendo eles:

- Nível 1: Visualização – Neste nível o aluno através da visualização é capaz de compreender e comparar figuras globalmente, isto é, entendida pela sua aparência. - Nível
- Nível 2: Análise – A partir desse nível o aluno é capaz de analisar as figuras através das suas propriedades e com o uso das mesmas conseguem resolver pequenos problemas.
- Nível 3: Dedução informal – Neste nível o aluno consegue estabelecer inter-relação nas propriedades de figuras e entre figuras, assim como são capazes de deduzir as propriedades e as classes de figuras, acompanhando e formulando argumentos informais.
- Nível 4: Dedução formal – Quando o aluno começa a ter o domínio do processo dedutivo e das demonstrações e o reconhecimento e compreensão de condições





necessárias e suficientes, assim como é capaz de enxergar a possibilidade de desenvolver uma demonstração de mais de uma maneira.

- Nível 5: Rigor – Passa a ter capacidade de compreender demonstrações formais, assim como, o estabelecimento de teoremas em diversos sistemas e comparação dos mesmos.

As características do Modelo de Van Hiele se restringem a respeitar cada nível de raciocínio, o aluno não pode está no nível 2 sem ter passado pelo nível 1. O estudante precisa passar por todos os níveis de um determinado conteúdo para compreender e assimilar o conhecimento. Vários pesquisadores do Modelo de Van Hiele (Fuys, Geddes e Fischer, em 1988, Usiskin, 1982, e o Burger e Shaughnessy, em 1990) afirmam que essa teoria tem grande importância no ensino e aprendizagem da geometria.

O desenvolvimento ao longo dos níveis depende mais das instruções recebidas do que da idade ou da maturidade. Além dos 5 níveis destacados anteriormente o Modelo de Van Hiele aborda também as 5 fases sequenciais de aprendizado. Sendo elas:

Fase 1: Interrogação/ informação

Esse é o momento em que o professor e o aluno se interagem para desenvolver atividades envolvendo os objetivos de estudo do respectivo nível como, observações, questões são levantadas, e o vocabulário específico do nível é introduzido e assim o professor percebe qual direção os estudos tomarão.

Fase 2: Orientação Dirigida

Análise do conteúdo através do material organizado pelo professor onde é elaborado pequenas tarefas com objetivo de obter respostas específicas.

Fase 3: Explicação

De acordo com as fases anteriores, os alunos transmitem e trocam ideias sobre o que observaram e o professor com o seu papel de orientar os alunos no uso de uma linguagem certa e adequada, tornando tudo mais evidente.

Fase 4: Orientação Livre





Nesta fase o professor tem a liberdade de elaborar tarefas mais complexas e com muitos passos, de tal forma que elas possam ser concluídas de diversas maneiras.

Fase 5: Integração

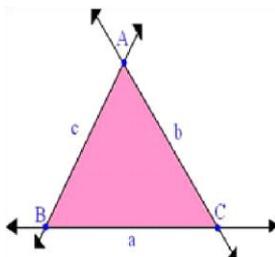
Esse é o momento em que os alunos revisam e resumizam o que aprenderam com o objetivo de formar uma visão geral da nova rede de objetos e relações, e o professor tem o papel de fornecer contextos globais do que os alunos aprenderam.

O modelo de Van Hiele foi utilizado para fundamentar a elaboração da nossa proposta de atividade, uma vez que este modelo tem como objetivo principal desenvolver o ensino geométrico. Dentro do campo da geometria escolhemos trabalhar o conteúdo de triângulos trazendo um aprofundando nas propriedades de seus ângulos.

2 TRIÂNGULOS

No texto publicado por Danielle de Miranda, graduada em Matemática, no site Brasil Escola, a definição de triângulo aparece da seguinte forma: “triângulo é uma figura geométrica formada por três retas que se encontram duas a duas e não passam pelo mesmo ponto, formando três lados e três ângulos”, conforme figura abaixo:

Figura 2 – Triângulo



Fonte: <http://www.brasilecola.com/upload/e/1.jpg>

Um triângulo pode ser considerado um polígono que tem três lados e de acordo com as medidas de seus lados podem ser classificados em equilátero (quando possui três lados de mesma medida congruentes); isósceles (quando possui dois lados congruentes entre si e um lado de medida diferente chamado base) e escaleno (quando possui três lados de medidas diferentes), também podem ser classificados de acordo com as medidas de





seus ângulos, em retângulo (quando possui um ângulo reto); acutângulo (quando possui três ângulos agudos); obtusângulo (quando possui um ângulo obtuso) e equiângulo (quando possui três ângulos congruentes). Assim como em todo triângulo existe os elementos ângulos internos, ângulos externos, vértices e lados.

Ainda no texto publicado por Danielle de Miranda, encontramos a seguinte definição: Para construir um triângulo é necessário que a medida de qualquer um dos lados seja menor que a soma das medidas dos outros dois e maior que o valor absoluto da diferença entre essas medidas.

Algumas propriedades do triângulo são: Mediana, altura, bissetrizes e mediatrizes. E seus pontos notáveis: Baricentro, ortocentro, incentro e circuncentro.

Os triângulos também podem ser classificados quanto a congruência: dois triângulos são congruentes, se os seus elementos correspondentes são ordenadamente congruentes (ANDRINI, 2015, p.206), isto é, os três lados e os três ângulos de cada triângulo têm respectivamente as mesmas medidas, destacados como:

Caso 1: Lado- ângulo- lado

Caso 2: Lado-lado-lado

Caso 3: Ângulo-lado-ângulo

Caso 4: Lado-ângulo-ângulo oposto

E por fim como conteúdo abordado, semelhança e relação no triângulo, em matemática dizemos que figuras são semelhantes quando as medidas dos segmentos correspondentes são proporcionais e as medidas dos ângulos correspondentes são iguais.

3 PROPOSTA DA ATIVIDADE

A proposta de ensino será desenvolvida para o 8º ano do ensino fundamental, com o objetivo de aprofundar o ensino de geometria, especificamente sobre triângulos, com base na teoria de Van Hiele. Para isso, como ATIVIDADE 1 sugerimos que o





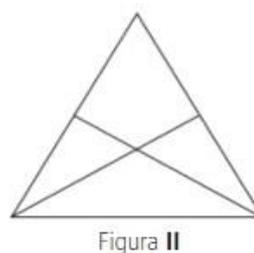
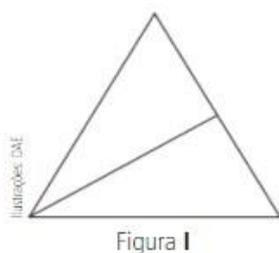
professor leve os alunos para os diversos ambientes da escola, buscando identificar a partir do nível 1 (visualização) triângulos em seu meio escolar, seja na estrutura ou nos objetos, fazendo com que os estudantes distingam os triângulos em seu meio.

Na ATIVIDADE 2, os alunos analisarão com base no nível 2, os triângulos encontrados de acordo com suas características, semelhanças e propriedades. Nesse nível o aluno é capaz de analisar figuras, conseguindo resolver problemas.

Como ATIVIDADE 3 propomos a partir da análise anterior, que os alunos identifiquem os triângulos quanto aos seus lados, como escaleno, equilátero e isósceles e quanto aos seus ângulos como acutângulo, retângulo, obtusângulo e equiângulo. Essa atividade se encaixa no nível 3- dedução informal, estabelecendo inter-relações nas propriedades e classes de figuras.

Seguimos agora para ATIVIDADE 4 na qual os alunos responderão alguns problemas contextualizados de acordo com o que já viram.

- Exercício 1- Observe as figuras abaixo para responder, se na figura I contém 3 triângulos. Qual o número de triângulos na figura II?



- Exercício 2- (Saresp) Marcos tem varetas de madeira de vários tamanhos. Com elas pretende construir triângulos para a apresentação de um trabalho na escola. Ele separou as varetas em 4 grupos de 3, mediu cada uma delas e anotou os resultados nesta tabela:

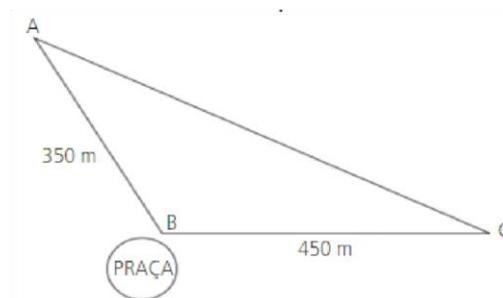
	Vareta A	Vareta B	Vareta C
Grupo 1	30 cm	12 cm	12 cm
Grupo 2	30 cm	30 cm	30 cm
Grupo 3	25 cm	26 cm	27 cm
Grupo 4	28 cm	15 cm	15 cm





Ao começar a colocar as varetas na cartolina para construir os triângulos, descobriu que não seria possível fazê-lo com as varetas do:

- Grupo 1
- Grupo 2
- Grupo 3
- Grupo 4
- Exercício 3- Observe o trajeto de Gustavo que vai diretamente da sua casa (A) para a escola (C).



Escolha a afirmação verdadeira, depois justifique.

- A distância entre A e C é de 800 m.
- A distância entre A e C é inferior a 800 m.
- A distância entre A e C é superior a 800 m.

Nesta atividade se encaixa o nível 4, dedução formal. O aluno passa a ter domínio do processo dedutivo e das demonstrações, além do reconhecimento e compreensões de condições necessárias, e pode desenvolver uma demonstração de mais de uma maneira.

Para finalizar com a ATIVIDADE 5, o professor demonstrará o teorema dos ângulos. Pois no nível 5 o aluno deverá segundo a teoria ter a capacidade de compreender demonstrações formais, assim como o estabelecimento de teoremas.

- A propriedade dos ângulos internos diz que a soma das medidas dos ângulos internos de qualquer triângulo é 180° (ANDRINI, 2015, p197)





- Teorema do ângulo externo: Todo ângulo externo de um triângulo mede mais do que qualquer dos ângulos internos a ele não adjacentes. (ANDRINI, 2015, p 198)

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como sabemos, é preciso melhorar algumas práticas do ensino de geometria, para que o aprendizado dos alunos seja obtido com sucesso. Portanto, uma das formas de minimizar as dificuldades dos professores em ensinar geometria é a formação continuada, que é de suma importância para promover discussões e reflexões a respeito dos conteúdos matemáticos.

O objetivo desse trabalho é propor uma atividade que será desenvolvida a partir da teoria de Van Hiele, com base nos cinco níveis de aprendizagem de geometria, ampliando o desempenho do conhecimento sobre triângulos, a partir de cada nível alcançado.

Tendo em vista que a utilização do método de Van Hiele no ensino sobre triângulos irá contribuir para o aluno despertar noções de visualização, análise, deduções e demonstrações na área da geometria, a utilização dos níveis de aprendizagem é uma forma de relacionar os conhecimentos, nesse caso, sobre triângulos, fazendo inter-relações de um nível com o seu seguinte. Ao final desse artigo, destacamos a proposta da aplicação da teoria de Van Hiele para a contribuição e ampliação dos conhecimentos necessários para o ensino e aprendizagem de geometria, de tal forma que contribua no desenvolvimento do aluno, tanto em sala de aula como no seu cotidiano.

5 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRINI, Á.; VASCONCELLOS, M. J. **Praticando Matemática**. 4. Ed. Renovada, São Paulo: editora Brasil, 2015. V. 8.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC /SEF, 1998.





BRASIL. **Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco**
Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio.

Secretaria de Educação. Pernambuco. Disponível em: <
http://www.educacao.pe.gov.br/porta1/upload/galeria/4171/matematica_ef_em.pdf >.
Acesso em: 18 jun. 2017

CAMPOS, E. P. **O modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico e**
conclusões de suas aplicações. Disponível em:

<<https://www.ime.usp.br/~cpq/main/arquivos/outros/Elisa%20Padinha%20Campos.pdf>
>. Acesso em: 18 jun. 2017.

D_AMBRÓSIO, U. **Por que se ensina matemática?.** Disponível em:

<<http://apoiolondrina.pbworks.com/f/Por%20que%20ensinar%20Matematica.pdf> >.
Acesso em: 18 Jun. 2017.

LUCHETTA, V. O. J. **Tales de Mileto,** Disponível em:

<<http://www.matematica.br/historia/tales.html>>. Acesso em: 18 jun. 2017.

MARTINS, L. F. **Motivando o ensino de geometria.** In: Curso de Pós-Graduação
especialização em educação matemática. 2008, UNESC, Criciúma. **Anais eletrônicos...**
Criciúma: 2008. Disponível em:

<<http://www.bib.unesc.net/biblioteca/sumario/00003C/00003C9F.pdf> >. Acesso em: 17
jan. 2017.

MIRANDA, D. **Triângulo.** Disponível em:

<<http://brasilecola.uol.com.br/matematica/triangulo.htm>>. Acesso em: 17 jan. 2017.

RODRIGUES, A. C. **O modelo de Van Hiele de desenvolvimento do pensamento**
geométrico. In: Aprendendo e ensinando geometria. 1994, São Paulo. **Anais**
eletrônicos... São Paulo: Atual, 1994. Disponível em:

<<https://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/22007/AlessandraCoelhoRodrigues.pdf>>.
Acesso em: 17 jan. 2017.

VASCONCELOS, C. C. **Ensino- Aprendizagem da matemática: Velhos problemas,**
Novos desafios. Disponível em<<http://www.dma.ufv.br/downloads/MAT%20102/2015-II/slides/Texto%2023%20%20MAT%20102%20-%202015-II.pdf>>. Acesso em: 17 jan.
2017.

