



CONHECIMENTO DO PROFESSOR SOBRE UM CONTEÚDO (SIMETRIA DE REFLEXÃO) E SOBRE O CONHECIMENTO DO ESTUDANTE

Luciana Ferreira dos Santos¹

Rosinalda Aurora de Melo Teles²

RESUMO

O presente trabalho relata os resultados de um estudo que buscou identificar indícios de ao conhecimento do professor sobre um conteúdo (simetria de reflexão) e sobre o conhecimento do estudante mobilizado por professores ao interpretar protocolos contendo procedimentos de resolução de um estudante numa atividade envolvendo simetria de reflexão. E identificar nas atividades propostas pelos professores indícios do conhecimento sobre o estudante. Os dados foram coletados mediante aplicação de uma atividade durante a realização de uma oficina que envolvia a discussão da simetria de reflexão. Os dados revelaram a dificuldade dos professores em como em relação ao conteúdo específico da simetria de reflexão. Assim como, em mobilizar conhecimentos sobre o estudante, seja em relação ao erro como em relação às estratégias que o aluno pode utilizar.

Palavras-chave: Conhecimento do professor; Simetria de Reflexão; Pedagogia.

1. INTRODUÇÃO

A abrangência da base de conhecimentos de professores para o ensino de foi destacada por Shulman (1987) que, ao apresentá-la, dividiu-a em sete grupos de conhecimentos, nomeadamente (1) do conteúdo (2) pedagógico geral, (3) do currículo, (4) dos estudantes e de suas características, (5) do contexto educacional, (6) dos fins, propósitos e valores educacionais e (7) pedagógico do conteúdo.

Dentre os integrantes da base de conhecimentos, o conhecimento sobre um conteúdo (simetria de reflexão) e conhecimento sobre o estudante e de suas características são o que se destacam nesse texto. O conhecimento sobre o conteúdo da matéria denominado por Shulman (1986) como refere-se a conteúdos específicos da matéria que o professor leciona.

¹UFPE, lfsantos20@gmail.com

²UFPE, rosinaldateles@yahoo.com.br.



o professor necessita não somente entender que alguma coisa é assim; o professor precisa, além disso, compreender porque é assim, sobre que terrenos sua justificativa pode ser defendida, e sob quais circunstâncias nossas crenças nestas justificativas podem ser enfraquecidas, e igualmente, escondidas (SHULMAN, 1986 p. 11).

Na intenção de aprofundar e de ampliar o trabalho de Shulman (1986), Ball, Thames e Phelps (2008) passam a focar na teorização da noção de conhecimento matemático para o ensino e as habilidades necessárias para os professores ensinarem. Com esse propósito, acabam por redefinir o conhecimento da matéria em dois domínios: conhecimento comum do ensino e conhecimento especializado do conteúdo. O primeiro, diz respeito, ao dominar dos conceitos que ensina em sala de aula, mas não é um conhecimento exclusivamente de professores, e, sim, de todos que dominam a matemática em si mesma. O segundo, é o tipo de conhecimento matemático e uma habilidade que está voltada apenas para o ensino e que, normalmente não será necessário para outros fins que não seja para a atividade de ensino. Segundo Ball, Thames e Phelps (2008),

Expor as ideias matemáticas; Responder aos estudantes o "porque" das questões; Encontrar um exemplo para fazer uma afirmação matemática específica; Reconhecer o que está envolvido no uso de uma representação particular; Vincular representações a ideias subjacentes e a outras representações; Conectar um tópico ensinado com assuntos anteriores ou futuros; Explicar para os pais objetivos e fins matemáticos; Avaliar e adaptar o conteúdo matemático de livros didáticos; Modificar tarefas para serem mais fáceis ou mais difíceis; Avaliar a plausibilidade das reivindicações dos alunos (frequentemente com rapidez); Dar ou avaliar explicações matemáticas; Escolher e desenvolver definições usáveis; Usar notação matemática e linguagem e criticar seus usos; Perguntar questões matemáticas produtivas; Selecionar representações para objetivos particulares; Inspeccionar equivalências³. (BALL, THAMES E PHELPS, 2008, p. 400, tradução nossa).

Outro tipo de conhecimento do professor, diz respeito, ao conhecimento sobre o aluno está presente em diversas decisões sobre o conhecimento profissional do professor, designadamente a partir dos trabalhos de Shulman (1986, p. 9). Este autor ao

3 Em inglês: "Presenting mathematical ideas; Responding to students' "why" questions; Finding an example to make a specific mathematical point; Recognizing what is involved in using a particular representation; Linking representations to underlying ideas and to other representations; Connecting a topic being taught to topics from prior or future years; Explaining mathematical goals and purposes to parents; Appraising and adapting the mathematical content of textbooks; Modifying tasks to be either easier or harder; Evaluating the plausibility of students' claims (often quickly); Giving or evaluating mathematical explanations; Choosing and developing useable definitions; Using mathematical notation and language and critiquing its use; Asking productive mathematical questions; Selecting representations for particular purposes; Inspecting equivalencies".



definir conhecimento sobre o aluno deu especial ênfase “[...] às particularidades sociais, culturais e psicológicas dos alunos”.

Ball, Thames e Phelps (2005), interpretando e desenvolvendo as ideias de Shulman, apresentam um modelo para descrever o conhecimento sobre o estudante como: aquele conhecimento que os professores têm ao antecipar possíveis erros e concepções erradas dos alunos, interpretar os seus pensamentos incompletos e prever o que é provável que os alunos façam perante tarefas propostas e o que para eles será interessante ou desafiante.

Shulman (1986) ao caracterizar o conhecimento pedagógico do conteúdo, aponta que o professor precisam ter clareza do que torna fácil ou difícil a aprendizagem de conteúdos específicos e das concepções que os alunos de diferentes idades e com diferentes origens sociais possuem acerca desse conteúdo, destacando assim a especificidade e diversidade dos conhecimentos sobre a aprendizagem. Assim, é importante que o professor tenha conhecimento sobre a aprendizagem e concepções dos alunos, sobre as diferentes formas de conhecimento que devem oferecer aos alunos, e sobre o papel da cultura da sala de aula nesse processo.

Na literatura identificamos pesquisas que têm como foco o conhecimento do professor sobre o conteúdo e sobre o estudante. Teles (2012) com o objetivo de analisar os conhecimentos ou saberes que o professor precisa mobilizar para interpretar as respostas dos alunos. Identificou que, além de conhecimentos de conteúdos específicos e conhecimentos da didática da matemática do ensino fundamental são necessários conhecimentos referentes à importância de valorizar estratégias pessoais mobilizadas pelos estudantes e reconhecer as regularidades dos erros cometidos pelos alunos para subsidiar o planejamento de intervenções didáticas mais eficientes. Em estudo posterior Teles (2015) destaca que análise de erros contribui, entre outras coisas, para que o professor busque entender as respostas dadas e o porquê das estratégias escolhidas. Com essa atitude investigativa, o professor pode (re)conhecer que conhecimentos os alunos já possuem e quais ainda estão em construção.

Em pesquisa desenvolvida por Lima (2011) é proposto aos professores que analisassem a produção do aluno no intuito de diagnosticar o que seria a simetria de



reflexão para o aluno e em seguida lhe propor uma sequência didática. Como resultado observou-se que as decisões dos professores se sustentaram na produção do aluno, e que alguns professores identificaram conhecimentos corretos sobre a simetria de reflexão, mesmo quando os alunos deram respostas erradas. Outros consideraram apenas que as respostas estavam erradas e decidiram recomeçar o processo de ensino.

Percebemos nos estudos que o erro e as estratégias escolhidas pelos estudantes são entendidos como uma oportunidade didática para o professor estruturar melhor seu ensino com a finalidade de criar situações adequadas para que o aluno superem seus erros e apropriar-se dos conhecimentos necessários.

Diante deste cenário tecemos os seguintes questionamentos: *Que conhecimentos sobre um conteúdo (simetria de reflexão) professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental mobilizam ao analisar um protocolo de um estudante? As atividades propostas pelos professores revelam indícios de conhecimento sobre o estudante?*

Com base nestas questões estruturamos o presente texto que tem como objetivos:

- Identificar indícios de conhecimento de professor sobre um conteúdo (simetria de reflexão) ao analisar um protocolo contendo procedimento de resolução de um estudante dos anos iniciais do ensino fundamental;
- Identificar nas atividades propostas pelos professores indícios do conhecimento sobre o estudante.

A seguir, discutiremos o conteúdo da simetria de reflexão, sob o ponto de vista conceitual e do conhecimento de professores sobre o estudante.

2. CONHECIMENTOS DO PROFESSOR SOBRE UM CONTEÚDO E SOBRE O ESTUDANTE EM RELAÇÃO À SIMETRIA DE REFLEXÃO

A transformação geométrica no plano é uma aplicação bijetora do conjunto de pontos do plano sobre si mesmo. As principais transformações no plano euclidiano são



do tipo isométrica as translações, reflexões (axial e central), rotações e homotetias (ampliação e redução) (BILAC, 2008)

Nesse trabalho teremos o enfoque na simetria de reflexão ou axial que pode ser definida “em relação ao eixo y no plano é uma função ou transformação de pontos no plano que associa a cada par ordenado (x, y) o ponto $(-x, y)$ ” (FAINGUELERNT, 1999, p,74). A representação gráfica da simetria de reflexão pode ser observada a seguir:

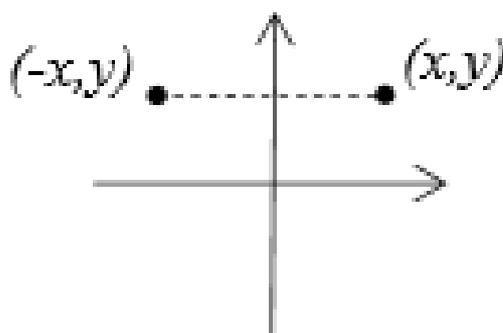


Figura 1: Simetria de reflexão

Podemos afirmar que, em toda simetria de reflexão, cada par de pontos simétricos se encontra sobre uma mesma reta, perpendicular ao eixo de simetria e a uma mesma distância desse eixo. Desta forma, podemos considerar que a simetria de reflexão apresenta como propriedades:

- Conservação a mesma medida de ângulos e de segmentos da figura original, ou seja, apenas sua posição no espaço se modificou.
- As figuras refletidas têm um ponto correspondente a outro em cada lado do eixo e mantêm a mesma distância em relação ao eixo de simetria.
- O eixo de simetria é a mediatriz do segmento que une os pontos correspondentes. (TOLEDO; TOLEDO, 2009)

Com relação ao aprendizado da simetria de reflexão as pesquisadoras Jaime e Guitérrez (1996) ao realizaram uma experimentação destacam os componentes matemáticos que podem influir na compreensão dos alunos; as estratégias mais



utilizadas; e os equívocos cometidos pelos alunos diante de situações-problemas nas simetrias de reflexão.

Assim, apontam como desacertos (conhecimentos não adequados) cometidos pelos alunos em situações de aprendizagem do conteúdo em questão, o fato de, ao desenhar a imagem de uma figura, os estudantes desconsiderarem a equidistância que deve ser estabelecida ao eixo de pontos simétricos. Outro erro cometido pelos estudantes é decorrente de uma interpretação deformada do eixo de simetria, é comum no ensino da simetria, a utilização de exemplos de figura com eixo vertical. Pesquisadores como Grenie e Laborde (1987) e Lima (2006) mostram que esta prática gera a estabilidade de certas concepções mobilizadas pelos alunos, ao resolverem situações-problema com simetria de reflexão, como o “paralelismo”, esta concepção é descrita da seguinte maneira.

Os alunos constroem a imagem de um segmento com relação a um eixo de simetria, paralelo ao segmento, independente da orientação do eixo na folha de papel. Uma explicação dada pelos pesquisadores para esse comportamento do aluno é o amplo domínio de validade desta concepção, ou seja, em muitas situações a sua mobilização conduz o aluno a dar a resposta correta, dependendo das variáveis do problema proposto. (LIMA, 2008, apud. MELO, 2010, p.20)

Quanto a problemática da construção da imagem de um segmento em relação a um eixo de simetria, identificamos que Grenier & Laborde (1987, apud, MELO, 2010, p.20), propõe uma tipologia de procedimentos utilizados pelos alunos apresentada a seguir,

Direção ortogonal: a determinação de um ponto da figura imagem se faz em função de uma direção ortogonal ao eixo de simetria. *Direção por prolongamento*: esse procedimento dá por imagem de um ponto, um ponto situado no prolongamento de uma direção materializada pela figura objeto. *Direção horizontal* ou *Direção vertical*: dão por ponto-imagem um ponto situado sobre uma mesma reta horizontal ou uma mesma reta vertical que o ponto objeto (GRENIER & LABORDE 1987, p. 71-72).

A complexidade da figura também é apontada como um elemento importante, Lima (2006) em sua pesquisa ampliou esse estudo na perspectiva da construção da imagem de figuras que denominou de complexas, sendo formadas por segmentos, polígonos, arcos de círculos etc. A pesquisadora (2006), destaca que variáveis didáticas



como a especificidade da figura dada (possui ou não eixo de simetria, seu eixo de simetria é paralelo ou não ao eixo de transformação) ou a natureza da figura (figura geométrica ou não, familiar ou não), podem influenciar na concepção dos alunos.

Jaime e Guitérrez (1996) também elencam estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas que envolvem a simetria de reflexão. Uma dessas estratégias é desenhar a imagem com pontos significativos da figura original, tais como vértices, no caso dos polígonos, ou das extremidades, no caso dos segmentos, unindo os pontos para obter a imagem da figura completa. Outra estratégia é desenhar a imagem apenas com um ou dois pontos significativos da figura original e completar o desenho visualizando mentalmente a posição da figura completa.

Analisar erros e prever estratégias é um conhecimento do professor essencial para a proposição de atividades significativas que promovam de fato conhecimento sobre simetria de reflexão. Sabemos que não há um caminho único para o ensino deste conteúdo ou para qualquer outro conteúdo matemático, contudo afirmamos a importância do professor compreender como o aluno aprende para propor atividades de ensino significativas.

Ressaltamos que o conhecimento do professor sobre a aprendizagem do estudante está inter-relacionado com conhecimento do conteúdo específico, conhecimento do currículo e conhecimento do ensino.

3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.

A pesquisa, de cunho qualitativo, buscou identificar indícios de conhecimento de professor sobre um conteúdo (simetria de reflexão) ao analisar um protocolo contendo procedimento de resolução de um estudante dos anos iniciais do ensino fundamental e identificar nas atividades propostas pelos professores indícios do conhecimento sobre o estudante. Para isso, constituímos um grupo de estudo formado por sete professoras que lecionam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. As docentes atuam em uma escola municipal da rede municipal da Cidade do Paulista, localizada na Região Metropolitana do Recife.



As professoras têm curso superior em Pedagogia e possuem experiência docente que varia entre 9 e 22 anos. Foram 6 horas de oficina distribuídas em três encontros semanais (às sextas-feiras), de duas horas cada, no mês de novembro de 2016.

Este texto apresenta os resultados de uma atividade em que os docentes no início do processo formativo, atividade consistia em analisarem uma questão de simetria de reflexão realizada por um estudante fictício do ciclo de alfabetização, seguida da proposição de uma atividade, observe a seguir:

Questão 01: Observe o protocolo a seguir.

Considere a linha como eixo de simetria e desenhe uma figura simétrica a figura dada.

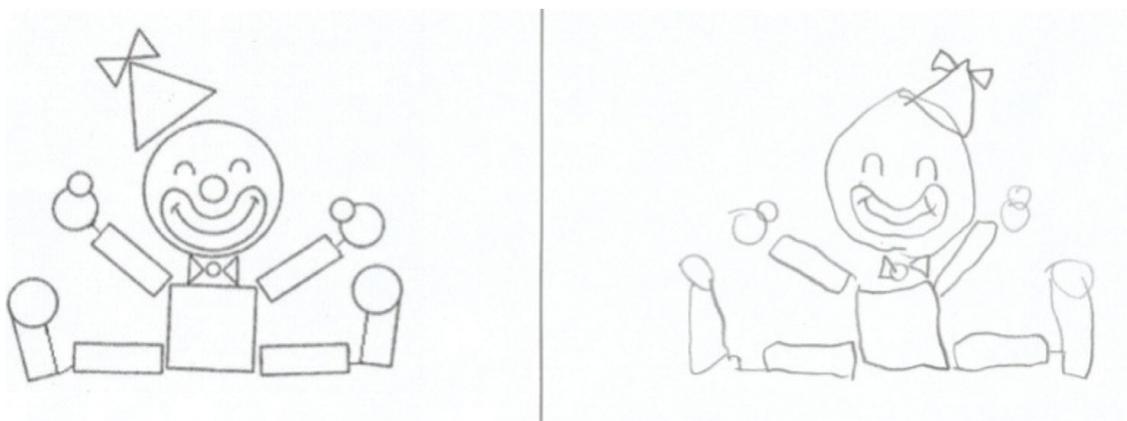


Figura 2: protocolo de aluno

Fonte: Imagem retirada do caderno 5, PNAIC, geometria(BRASIL, 2014, p.20).

Que conhecimentos a criança apresenta sobre simetria?

Que atividades você proporia para esta criança de modo que ela amplie seus conhecimentos sobre simetria?

Com esta atividade esperávamos que os professores conseguissem identificar os erros cometidos pelo aluno. No protocolo acima, se observa equívocos em relação a conservação da medida dos segmentos e medida ângulo da figura, de modo que a figura refletida não têm um ponto correspondente a outro em cada lado do eixo. Assim, à distância em relação ao eixo de simetria não é considerada. Que os professores apontem



que a figura inicial possui vários polígonos, que aproxima-se de uma figura simétrica, mas reconheça que não é simétrica, por detalhes que diferem de um lado e outro; que a posição da figura em relação ao eixo também interfere na percepção da figura e de sua imagem.

Também esperávamos que as propostas de atividades tivessem como objetivo explorar propriedades e elementos da simetria de reflexão, como posições do eixo, congruência da figura e equidistância da figura em relação ao eixo. A figura do palhaço foi escolhida por ser muito recorrente nos livros didáticos de matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. E os docentes apresentam familiaridade com ela. Esperávamos, que os professores considerassem a dificuldade de alunos dos anos iniciais em construir uma imagem exata, com rigor, sendo assim, apontassem a ideia de simetria de reflexão presente no protocolo.

A seguir apresentaremos a análise dos resultados.

4. ANÁLISE DOS RESULTADOS.

4.1. Conhecimento de professores mobilizados sobre um conteúdo (simetria de reflexão): análise do protocolo.

Nesta atividade, observamos que das sete professoras, cinco mobilizam conhecimentos referentes às figuras planas, isso porque, a figura inicial a possui vários polígonos. Enquanto, duas professoras fazem menção a figura simétrica, mas não explicita os conhecimentos sobre esse conteúdo. Observa-se a seguir na tabela 01 a seguir:

Tabela 01: Índícios de conhecimentos sobre o conteúdo e o estudante.

Conhecimentos mobilizados pelo professor	Frequência
Mobiliza conhecimentos sobre as figuras planas	5
Mobiliza conhecimentos sobre simetria de reflexão	2
Total	7

Fonte: elaborada pelas autoras

Os dados coletados revelam que um número maior de professores mobilizam conhecimentos referentes as figuras planas, em detrimento da simetria. Atribuímos isso, ao fato deste conteúdo está muito presente no ciclo de alfabetização, e as mesmas



possuem mais familiaridade com o mesmo. Outra interpretação possível é o desconhecimento das professoras sobre o conteúdo simetria de reflexão. Apenas duas professoras apresentam em suas análises indícios de conhecimento sobre simetria de reflexão expressos através das palavras “igual” e “espelhadas”. Podemos observar nos trechos das análises a seguir, indícios de conhecimentos mobilizados:

*De uma forma geral, a criança conhece as formas de cada **figura**, só não sabe identificá-las de maneira clara e precisa.
Protocolo 05: professora S*

*Apresenta um bom conhecimento, porque ela fez exatamente o desenho de forma **espelhada**.*

Protocolo 06: professora A

*A criança faz a figura **igual e espelhada**.*

Protocolo 04: professora LJ

Compreendemos que ao utilizar palavras as (igual e espelhada) as docentes apresentam indício de conhecimentos sobre o conteúdo em questão, mas tais conhecimentos são insuficientes, se consideramos que as professoras não destacam que, embora a figura inicial aproxima-se de uma figura simétrica, ela não é simétrica, por apresentar detalhes na medida dos segmentos e dos ângulos que diferem de um lado e outro. Tal como, que a posição da figura em relação ao eixo também interfere na percepção da figura e de sua imagem.

Assim, consideramos que há uma fragilidade no conhecimento comum e no conhecimento especializado de professores sobre o conteúdo (simetria de reflexão), pela dificuldade de identificarem erros presentes no protocolo do estudante. Segundo Ball, Thames e Phelps (2008) reconhecer o erro é não é uma tarefa que exija algum conhecimento especial: qualquer um que aprendeu um conteúdo poderá verificar o que está incorreto. Mas, acontece que o conhecimento de professores sobre o conteúdo requer mais do que identificar uma resposta incorreta, pois envolve a capacidade de dimensionar a fonte do erro matemático. De acordo com os autores (ibid.), os



professores precisam ser capazes de realizar análises eficientes e fluentes de erros matemáticos. Sendo assim, o domínio do conteúdo é essencial para um ensino eficiente.

4.2. Conhecimento de professores mobilizados sobre o estudante: propostas de atividades.

Quanto às atividades propostas pelos professores percebemos que caminharam no sentido de abordar figuras planas das sete professoras apenas duas desenvolveram sequências de atividades que abordam simetria. Como podemos observar a seguir, duas propostas, a primeira aborda as formas geométrica e a segunda simetria de reflexão:

Eu pegaria as formas presentes no palhaço e pediria que as crianças realizem outros desenhos, gato, trem, casas, depois pediria que escrevessem o nome quadrado, triângulo, círculo etc. E nome das figuras que conseguiu formar. Também compararia as formas para que percebam as diferenças entre elas. Acho que usar a régua ajuda a criança a fazer as formas de maneira clara e precisa.

Protocolo 05: professora S

*Levar um espelho para sala e diversos desenhos em papel para que os alunos vejam a **simétrica dos desenhos**. Depois pedir pra eles procurem em jornais ou revistas imagens **simétricas e não simétricas**. Recorte-as e cole-as em folhas e trace **eixo** nas figuras simétricas.*

Protocolo 06: professora A

Observamos que, a proposta de atividade da professora S caminha é no sentido de trabalhar as figuras poligonais presentes no protocolo do aluno e propõe a utilização da régua para que as figuras sejam traçadas com mais precisão, deixando implícito que ela antecipou as dificuldades dos alunos em traçar as figuras. Assim como, na pesquisa desenvolvida por Lima (2011) em que as decisões dos professores se sustentaram na produção do aluno. Na professora S identificamos que as suas decisões, podem ter



sofrido influência do protocolo do estudante. Entretanto, sua proposta não aborda o conteúdo solicitado.

Quanto a professora A, apresenta uma proposta de atividades que trabalham de fato o conteúdo da simetria de reflexão, ao utilizar o uso do espelho e solicitar que os alunos tracem eixos nas imagens. Mas, não identificamos antecipações das dificuldades ou estratégias que os alunos podem apresentar ao desenvolver as atividades. Assim, não identificamos nas propostas indícios de conhecimentos mobilizados em relação aos erros, concepções e estratégias que as crianças podem desenvolver sobre simetria de reflexão como apontado por Grenier e Laborde (1987) e Lima (2006) supracitados anteriormente nesse texto.

De acordo com Ball, Thames e Phelps (2008), existe a necessidade dos professores de reconhecer estratégias diferentes, não padronizadas, produzidas, muitas vezes, pelos alunos. Destacam a importância de o professor confrontar diferentes formas de soluções apresentadas por alunos e de descobrir o que os alunos fizeram, se o pensamento utilizado está matematicamente correto. E afirmam que, ensinar também envolve explicar procedimentos e apresentar justificativas plausíveis e válidas para tais procedimentos.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os dados coletados revelaram que os conhecimentos mobilizados pelos professores ao analisar o protocolo do aluno estavam relacionados às figuras planas, em detrimento da simetria. Atribuímos este resultado a três fatores: primeiro, as figuras planas era o conteúdo que os professores apresentavam maior familiaridade; segundo, a figura do palhaço induziu o professor a essa análise; terceiro aspecto, os docentes não apresentam conhecimentos sobre simetria de reflexão.

Quanto às professoras que apresentaram indícios de conhecimento sobre simetria de reflexão, expressavam através das palavras “exatamente”, “igual” e “espelhadas”. Contudo, tais conhecimentos são insuficientes? Observamos que há uma carência acerca do conhecimento do conteúdo específico e conhecimento sobre aprendizagem dos estudantes, e por isso, não identificaram os erros cometidos pela criança.



Quanto às propostas de atividade não identificamos conhecimentos mobilizados sobre o estudante, apenas alguns indícios de elementos sobre a simetria ao propor a construção do eixo, mas as propriedades referentes à congruência da figura e equidistância de pontos em relação ao eixo não são explicitadas.

Os dados indicam a necessidade de darmos mais atenção para os conhecimentos que os professores mobilizam sobre o estudante, visto que, são essenciais para o processo de ensino e aprendizagem. Embora, os pesquisadores Shulman (1986), Ball, Thames e Phelps (2005), Teles (2012) apontem a necessidade de professores serem capazes de antecipar possíveis erros e concepções erradas dos alunos, interpretar os seus pensamentos incompletos e prever o que é provável que os alunos façam perante tarefas propostas e o que para eles será interessante ou desafiante.

Os dados do estudo indicam que, a carência de conhecimento do conteúdo comum e conteúdo específico interferem nas situações em que se exige do professor compreender o que os alunos sabem e como raciocinam, e a partir disso, decidirem estratégias didáticas de ação.

6. REFERÊNCIAS

BALL, D; THAMES, M. H., PHELPS, G. **Content knowledge for teaching: what makes it special?** Journal of teacher education.n.5, p.389-407. 2008.

BILAC, C. U. **Possibilidades da aprendizagem de transformações geométricas com o uso do cabri- géomètreP.** Mestrado profissional em Ensino da Matemática. Pontificada Universidade Católica, São Paulo, 2008. 191p.

FAINGUELERNT, E. K. **Educação Matemática: Representação e construção em geometria.** Porto Alegre: Artes médicas sul, 1999.

GRENIER, D. & LABORDE, C. **Transformations géométriques : le cas de la symétrie orthogonale.** In Didactique et acquisition des connaissances scientifiques. Actes du Colloque de Sèvres. Grenoble: La Pensée Sauvage – Éditions, 1987.

JAIME, A. y GUTIÉREZ, A. El grupo de las isometrías del plano. Madrid: Síntesis. Martínez, A. M. y Juan, F. R. (org.) **Una metodología activa y lúdica para la enseñanza de la geometría.** Madrid: Síntesis. Van, 1996.

LIMA, I. **De la modélisation de connaissances des élèves aux décisions didactiques des professeurs: étude didactique dans le cas de la symétrie orthogonale.** Thèse d'Université, Université Joseph Fourier, Grenoble, 2006.



_____. **Concepções de alunos do Ensino Fundamental na resolução de problemas de simetria de reflexão.** In: II Jornada Nacional de Educação Matemática, 2008, Passo Fundo. Educação Matemática na Atualidade. Passo Fundo: Editora da UPF, 2008. v. único.

LIMA, I. **Análise de uma sequência didática: conhecimentos do professor.** XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil, 2011.

MELO, D. M. **Simetria de reflexão: elementos de concepção mobilizados por alunos do Ensino Fundamental.** Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica. Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010, 113p.

TELES, R. A.; **Uma reflexão sobre conhecimentos necessários aos professores de matemática para avaliar seus alunos.** V seminário internacional de pesquisa em educação matemática, 28 a 31 de outubro, Petrópolis, Rio de Janeiro, Brasil, 2012.

_____. **Repetir, Refletir ou Omitir? O que Dizem Professores sobre Erros de Alunos no Algoritmo da Subtração.** VI Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 15 a 19 de novembro, Pirenópolis, Goiás, Brasil, 2015.

TOLEDO, M.; TOLEDO, M.; **Teoria e prática: como dois e dois.** 1. ed., São Paulo: FTD, 2009.

SHULMAN, L. S. **Those who understand. In Knowledge growth in teaching, Educational Researcher,** 15 (2), 4-14, 1986.

_____. **Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform.** Harvard Educational Review, 57 (1), p. 1-22, 1987

|